मात्रक एवं मापन

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» भौतिक राशियाँ, मात्रक और मात्रकों की प्रणाली

प्रश्न 1 (आसान). निम्नलिखित में से कौन सी एक भौतिक राशि है: 'खुशी', 'तापमान', 'स्वाद'?

उत्तर – तापमान (Temperature)

प्रश्न 2 (आसान). द्रव्यमान का SI मात्रक क्या है?

उत्तर – किलोग्राम (Kilogram)

प्रश्न 3 (मध्यम). अगर एक कार 2 घंटे में 120 किलोमीटर चलती है, तो उसकी 'औसत चाल' (average speed) क्या होगी? यहाँ चाल का मात्रक क्या होगा?

उत्तर – औसत चाल = 60 किलोमीटर/घंटा। चाल का मात्रक किलोमीटर/घंटा (km/h) होगा।

प्रश्न 4 (कठिन). एक फुटबॉल को किक मारने पर वह 10 मीटर की दूरी तय करती है। अगर इस दूरी को 'सेंटीमीटर' (cm) में बताना हो, तो क्या होगा? (याद रहे, 1 मीटर = 100 सेंटीमीटर)

उत्तर – 10 मीटर = 10 * 100 = 1000 सेंटीमीटर।

» मात्रकों की अंतर्राष्ट्रीय प्रणाली (SI)

प्रश्न 5 (आसान). SI प्रणाली में द्रव्यमान (Mass) का मूल मात्रक क्या है?

उत्तर – किलोग्राम (kg)

प्रश्न 6 (आसान). कोण (Angle) को नापने के लिए SI पूरक मात्रक क्या है?

उत्तर – रेडियन (radian)

प्रश्न 7 (मध्यम). समय (Time) के SI मूल मात्रक का नाम और प्रतीक बताइए।

उत्तर – सेकंड (second), प्रतीक 's'

प्रश्न 8 (कठिन). अगर एक बल्ब की चमक को SI प्रणाली में नापना है, तो कौन से मूल मात्रक का उपयोग किया जाएगा?

उत्तर – ज्योति-तीव्रता (Luminous Intensity) जिसका मात्रक कैंडेला (candela) है।

» सार्थक अंक क्या हैं?

प्रश्न 9 (आसान). संख्या 45.67 में कितने सार्थक अंक हैं?

उत्तर – 4

प्रश्न 10 (आसान). संख्या 12.3 में कितने सार्थक अंक हैं?

उत्तर – 3

प्रश्न 11 (मध्यम). एक पेन की लंबाई 14.20 cm मापी गई है। इसमें कितने सार्थक अंक हैं?

उत्तर – 4

प्रश्न 12 (कठिन). 0.00508 मीटर में कितने सार्थक अंक हैं?

उत्तर – 3 (शुरुआत के शून्य नहीं गिने जाते, लेकिन बीच का शून्य गिना जाता है)

» सार्थक अंक ज्ञात करने के नियम

प्रश्न 13 (आसान). संख्या 123 में कितने सार्थक अंक हैं?
उत्तर – 3

प्रश्न 14 (आसान). संख्या 5.0 में कितने सार्थक अंक हैं?
उत्तर – 2

प्रश्न 15 (मध्यम). संख्या 0.0040 में कितने सार्थक अंक हैं?
उत्तर – 2

प्रश्न 16 (कठिन). संख्या 25000 (बिना दशमलव के) में कितने सार्थक अंक हैं?
उत्तर – 2

» वैज्ञानिक संकेतन का महत्व

प्रश्न 17 (आसान). संख्या 34500 को वैज्ञानिक संकेतन में लिखिए।
उत्तर – 3.45 × 10^4

प्रश्न 18 (आसान). 0.0012 को वैज्ञानिक संकेतन में व्यक्त कीजिए।
उत्तर – 1.2 × 10^-3

प्रश्न 19 (मध्यम). संख्या 780000000000 (चंद्रमा से पृथ्वी की अनुमानित दूरी किलोमीटर में) को वैज्ञानिक संकेतन में लिखिए।
उत्तर – 7.8 × 10^11 km

प्रश्न 20 (कठिन). हाइड्रोजन परमाणु का व्यास 0.000000000106 मीटर है। इसे वैज्ञानिक संकेतन में व्यक्त करके परिमाण की कोटि बताइए।
उत्तर – 1.06 × 10^-10 मीटर, परिमाण की कोटि -10 है।

» सार्थक अंकों से संबंधित अंकीय संक्रियाओं के नियम (गुणा और भाग)

प्रश्न 21 (आसान). 6.2 cm को 2.1 cm से गुणा करने पर सार्थक अंकों के नियमों के अनुसार उत्तर क्या होगा?
उत्तर – 13 cm^2

प्रश्न 22 (आसान). 8.45 g को 2.0 mL से भाग देने पर घनत्व क्या होगा (सार्थक अंकों के अनुसार)?
उत्तर – 4.2 g/mL

प्रश्न 23 (मध्यम). एक वस्तु का द्रव्यमान 12.345 g है और उसका आयतन 2.5 cm^3 है। सार्थक अंकों के साथ घनत्व ज्ञात कीजिए।
उत्तर – 4.9 g/cm^3

प्रश्न 24 (कठिन). एक बेलन की त्रिज्या 1.25 cm और ऊँचाई 4.8 cm है। उसका आयतन क्या होगा (आयतन = r^2h, = 3.14159...)? सार्थक अंकों के नियम का पालन करें।
उत्तर – 24 cm^3

» सार्थक अंकों से संबंधित अंकीय संक्रियाओं के नियम (संकलन और व्यवकलन)

प्रश्न 25 (आसान). 2.5 + 3.14 का योग सार्थक अंकों के नियमों के अनुसार क्या होगा?
उत्तर – 5.6

प्रश्न 26 (आसान). 10.00 - 5.5 का परिणाम क्या होगा?
उत्तर – 4.5

प्रश्न 27 (मध्यम). संख्याओं 125.6, 23.45 और 0.123 का योग सार्थक अंकों के नियमों के अनुसार ज्ञात कीजिए।
उत्तर – 149.2

प्रश्न 28 (कठिन). एक धातु की प्लेट का वजन 50.25 ग्राम है। इसमें से 15.1 ग्राम का एक टुकड़ा काट दिया गया। बची हुई प्लेट का वजन सार्थक अंकों के नियम के अनुसार कितना होगा?
उत्तर – 35.2 ग्राम

» अनिश्चित अंकों का पूर्णांकन

प्रश्न 29 (आसान). 6.234 को दो दशमलव स्थानों तक पूर्णांकित करें।
उत्तर – 6.23

प्रश्न 30 (आसान). 8.769 को एक दशमलव स्थान तक पूर्णांकित करें।
उत्तर – 8.8

प्रश्न 31 (मध्यम). 7.525 को तीन सार्थक अंकों तक पूर्णांकित करें।
उत्तर – 7.52

प्रश्न 32 (कठिन). 12.355 को चार सार्थक अंकों तक पूर्णांकित करें।
उत्तर – 12.36

» अंकगणितीय परिकलनों के परिणामों में अनिश्चितता निर्धारण

प्रश्न 33 (आसान). अगर 'A = 10 ± 1' और 'B = 5 ± 0.5' है, तो 'A+B' में त्रुटि सहित मान क्या होगा?
उत्तर – 15 ± 1.5

प्रश्न 34 (आसान). अगर 'A = 8.0 ± 0.2' और 'B = 3.0 ± 0.1' है, तो 'A-B' में त्रुटि सहित मान क्या होगा?
उत्तर – 5.0 ± 0.3

प्रश्न 35 (मध्यम). एक वर्ग की भुजा 4.0 ± 0.2 cm है। उसका क्षेत्रफल त्रुटि सहित ज्ञात करें।
उत्तर – 16.0 ± 1.6 cm^2

प्रश्न 36 (कठिन). एक गोले की त्रिज्या 'r = 2.0 ± 0.1 cm' है। उसके आयतन 'V = (4/3)r^3' में त्रुटि सहित मान ज्ञात करें। (" को 3.14 लें)
उत्तर – V = 33.5 ± 5.0 cm^3 (लगभग)

» भौतिक राशियों की विमाएँ

प्रश्न 37 (आसान). लंबाई की विमा क्या है?
उत्तर – [L]

प्रश्न 38 (आसान). समय की विमा क्या है?
उत्तर – [T]

प्रश्न 39 (मध्यम). क्षेत्रफल (Area) की विमा क्या होगी?
उत्तर – $[L^2]$

प्रश्न 40 (कठिन). कार्य (Work) की विमा क्या होगी? (संकेत: कार्य = बल × दूरी)
उत्तर – $[M\ L^2\ T^2]$

» विमीय सूत्र और विमीय समीकरण

प्रश्न 41 (आसान). बल का विमीय सूत्र लिखिए। (संकेत: बल = द्रव्यमान × त्वरण)
उत्तर – $[M^1L^1T^2]$

प्रश्न 42 (आसान). कार्य का विमीय समीकरण लिखिए। (संकेत: कार्य = बल × विस्थापन)
उत्तर – [कार्य] = $[M^1L^2T^2]$

प्रश्न 43 (मध्यम). शक्ति (Power) का विमीय सूत्र और विमीय समीकरण लिखिए। (संकेत: शक्ति = कार्य / समय)
उत्तर – विमीय सूत्र: $[M^1L^2T^3]$, विमीय समीकरण: [शक्ति] = $[M^1L^2T^3]$

प्रश्न 44 (कठिन). गुरुत्वाकर्षण नियतांक (G) का विमीय सूत्र क्या होगा, यदि F = Gmm/r²?
उत्तर – $[M^1L^3T^2]$

» विमीय विश्लेषण और समीकरणों की विमीय संगति की जाँच

प्रश्न 45 (आसान). क्या आप 5 मीटर को 2 सेकंड से जोड़ सकते हैं?
उत्तर – नहीं, क्योंकि इनकी विमाएँ अलग-अलग हैं।

प्रश्न 46 (आसान). समीकरण F = ma में, F (बल) की विमा [MLT²] है, m (द्रव्यमान) की [M] है और a (त्वरण) की [LT²] है। क्या यह समीकरण वमिीय रूप से सही है?
उत्तर – हाँ, क्योंकि F की विमा [MLT²] और ma की विमा [M][LT²] = [MLT²] दोनों समान हैं।

प्रश्न 47 (मध्यम). जाँचिए कि समीकरण $E = mc^2$ विमीय रूप से सही है या नहीं, जहाँ E (ऊर्जा) की विमा $[ML^2T^2]$, m (द्रव्यमान) की [M], और c (प्रकाश का वेग) की विमा $[LT^1]$ है।
उत्तर – LHS: $[E] = [ML^2T^2]$ | RHS: $[mc^2] = [M][LT^1]^2 = [M][L^2T^2] = [ML^2T^2]$। हाँ, यह समीकरण विमीय रूप से सही है।

प्रश्न 48 (कठिन). एक सरल लोलक का दोलन काल T उसकी लंबाई l, द्रव्यमान m और गुरुत्वीय त्वरण g पर निर्भर करता है। T = k l m g का उपयोग करके x, y, z का मान ज्ञात करें ताकि समीकरण विमीय रूप से सही हो। (k एक विमाहीन स्थिरांक है)
उत्तर – T = [T] | l = [L] | m = [M] | g = $[LT^2] = [LT^2]$। तो, $[MLT^1] = [MLT^2]$। तुलना करने पर: y=0, x+z=0, -2z=1। इससे z = -1/2, x = 1/2। अतः $T = k\ l^{1/2}\ g^{1/2}$।

» विभिन्न भौतिक राशियों के मध्य संबंध व्युत्पन्न करना

प्रश्न 49 (आसान). अगर बल (F) द्रव्यमान (m) और त्वरण (a) पर निर्भर करता है, तो विमाओं से सूत्र क्या होगा?
उत्तर – F = k ma (विमीय रूप से)

प्रश्न 50 (आसान). किसी पिंड की गतिज ऊर्जा (KE) उसके द्रव्यमान (m) और वेग (v) पर निर्भर करती है। विमाओं से KE का सूत्र क्या होगा?
उत्तर – KE = k mv^2 (विमीय रूप से)

प्रश्न 51 (मध्यम). किसी द्रव में किसी गोले पर लगने वाला श्यान बल (F) उसकी त्रिज्या (r), वेग (v) और द्रव की श्यानता गुणांक () पर निर्भर करता है। विमाओं की विधि से श्यान बल का सूत्र ज्ञात कीजिए। (की विमा = [M^1 L^-1 T^-1])
उत्तर – F = k rv

प्रश्न 52 (कठिन). किसी ग्रह के चारों ओर एक उपग्रह का परिक्रमण काल (T) ग्रह के द्रव्यमान (M), उपग्रह की त्रिज्या (R) और गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक (G) पर निर्भर करता है। (G की विमा = [M^-1 L^3 T^-2]) विमाओं की विधि का उपयोग करके परिक्रमण काल के लिए सूत्र व्युत्पन्न कीजिए।
उत्तर – T = k R^(3/2) G^(-1/2) M^(-1/2) या T = k (R^3 / GM)

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. अगर तुम्हारे स्कूल की दूरी तुम्हारे घर से 3000 मीटर है, तो इसे किलोमीटर में कैसे व्यक्त करेंगे?

› सबसे पहले पहचानो, 'दूरी' एक भौतिक राशि है।
› दूरी का मात्रक 'मीटर' दिया है, और हमें इसे 'किलोमीटर' में बदलना है।
› हमें पता है कि 1 किलोमीटर (km) = 1000 मीटर (m) होता है।
› तो, 3000 मीटर को किलोमीटर में बदलने के लिए, हम इसे 1000 से भाग देंगे।
› यानी, 3000 ÷ 1000 = 3।
› तो दूरी 3 किलोमीटर हुई।

उत्तर – स्कूल की दूरी घर से 3 किलोमीटर है।

उदाहरण 2. अगर कोई आपसे पूछे कि एक कमरे की लंबाई 5 मीटर है, और आपको इसे SI मूल मात्रक में ही बताना है, तो आप कैसे बताएंगे?

› सबसे पहले, हमें यह पहचानना होगा कि 'लंबाई' एक भौतिक राशि है।
› अब हमें यह देखना है कि SI प्रणाली में लंबाई का मूल मात्रक क्या है।
› SI प्रणाली में लंबाई का मूल मात्रक 'मीटर' (metre) है, जसिका प्रतीक 'm' है।
› चूंकि प्रश्न में लंबाई पहले से ही 'मीटर' में दी गई है, तो यह पहले से ही SI मूल मात्रक में है।

उत्तर – कमरे की लंबाई 5 मीटर (5 m) है, और यह पहले से ही SI मूल मात्रक में है।

उदाहरण 3. किसी वस्तु की लम्बाई 287.5 cm व्यक्त की गई है। इसमें कितने सार्थक अंक हैं?

› सबसे पहले, दी गई संख्या को देखें: 287.5 cm।
› इसमें '2', '8', और '7' ये तीनों अंक 'विश्वसनीय' हैं, यानी इन पर हम पूरा भरोसा कर सकते हैं।
› अंतिम अंक '5' एक 'अनिश्चित' अंक है, मतलब इसमें थोड़ी सी अनिश्चितता हो सकती है।
› सार्थक अंक की परिभाषा के अनुसार, 'विश्वसनीय अंकों और पहले अनिश्चित अंक को' मिलकर सार्थक अंक बनते हैं।
› इसलिए, हम विश्वसनीय अंक (2, 8, 7) और पहला अनिश्चित अंक (5) को गिनते हैं।

उत्तर – इस माप '287.5 cm' में कुल 4 सार्थक अंक हैं।

उदाहरण 4. निम्नलिखित संख्याओं में सार्थक अंकों की संख्या ज्ञात कीजिए:

› a) 4005 मीटर (m)
› b) 3.070 सेंटीमीटर (cm)
› c) 0.0025 किलोग्राम (kg)
› d) 800 (बिना दशमलव के)
› e) 150.00 किलोमीटर (km)

उत्तर – a) 4005 m में 4 सार्थक अंक हैं। (4 और 5 अशून्य हैं, उनके बीच के शून्य सार्थक हैं)।

b) 3.070 cm में 4 सार्थक अंक हैं। (3 और 7 अशून्य हैं, उनके बीच का शून्य सार्थक है। दशमलव वाली संख्या में अंतिम शून्य भी सार्थक है)।

c) 0.0025 kg में 2 सार्थक अंक हैं। (1 से छोटी संख्या में, पहले अशून्य अंक (2) से पहले के शून्य (0.00) सार्थक नहीं होते)।

d) 800 में 1 सार्थक अंक है। (बिना दशमलव वाली संख्या में अंतमि शून्य सार्थक नहीं होते)।

e) 150.00 km में 5 सार्थक अंक हैं। (दशमलव वाली संख्या में अंतमि शून्य सार्थक होते हैं, और अशून्य अंक हमेशा सार्थक होते हैं)।

उदाहरण 5. संख्या 0.00000567 को वैज्ञानिक संकेतन में व्यक्त कीजिए और परिमाण की कोटि बताइए।

› पहला चरण: दशमलव को पहले अशून्य अंक के बाद ले जाएँ। यहाँ पहला अशून्य अंक 5 है, तो दशमलव 5 के बाद आएगा। संख्या बनेगी 5.67।

› दूसरा चरण: गिनिए कि दशमलव को कितनी जगह खिसकाया गया है। हमने दशमलव को दाईं ओर 6 स्थान खिसकाया है।

› तीसरा चरण: क्योंकि दशमलव को दाईं ओर खिसकाया गया है (संख्या छोटी थी और उसे बड़ा बनाया गया है), तो 10 की घात ऋणात्मक होगी। अगर बाईं ओर खिसकाते (संख्या बड़ी होती और उसे छोटा बनाते), तो घात धनात्मक होती।

› तो, 0.00000567 = 5.67 × 10^-6।

› यहाँ परिमाण की कोटि (order of magnitude) -6 है।

उत्तर – 5.67 × 10^-6, परिमाण की कोटि -6 है।

उदाहरण 6. एक आयताकार प्लेट की लंबाई 4.234 cm और चौड़ाई 1.05 cm है। सार्थक अंकों के नियमों का पालन करते हुए इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

› पहला कदम, हम दी गई लंबाई और चौड़ाई में सार्थक अंक गिनेंगे। लंबाई, '4.234 cm' में 4 सार्थक अंक हैं।

› दूसरा कदम, चौड़ाई, '1.05 cm' में 3 सार्थक अंक हैं।

› तीसरा कदम, अब हम क्षेत्रफल का सामान्य गुणा करेंगे: 'Area = Length × Width = 4.234 cm × 1.05 cm = 4.4457 cm^2'।

› चौथा कदम, अब हम नियम लगाएंगे। हमारी मूल संख्याओं में सबसे कम सार्थक अंक 3 हैं (जो चौड़ाई में हैं)।

› पांचवां कदम, तो हमें अपने अंतिम उत्तर को भी 3 सार्थक अंकों तक पूर्णांकित करना होगा। '4.4457' को 3 सार्थक अंकों तक पूर्णांकित करने पर '4.45 cm^2' आता है।

उत्तर – क्षेत्रफल = 4.45 cm^2

उदाहरण 7. संख्याओं 436.32, 227.2 और 0.301 का योग सार्थक अंकों के नियमों के अनुसार ज्ञात कीजिए।

› पहले सभी संख्याओं को सामान्य तरीके से जोड़ें: 436.32 + 227.2 + 0.301 = 663.821

› अब देखें कि मूल संख्याओं में दशमलव के बाद कितने अंक हैं: 436.32 में दो अंक, 227.2 में एक अंक, और 0.301 में तीन अंक।

› इनमें सबसे कम दशमलव स्थान 227.2 में है, जिसमें दशमलव के बाद केवल एक अंक है।

› इसलिए, अंतिम परिणाम को भी दशमलव के बाद एक अंक तक पूर्णांकित करना होगा। 663.821 को एक दशमलव स्थान तक पूर्णांकित करने पर 663.8 प्राप्त होता है।

उत्तर – 663.8

उदाहरण 8. निम्नलिखित संख्याओं को तीन सार्थक अंकों तक पूर्णांकित करें:

› a) 4.736

› पहले, हमें तीसरे सार्थक अंक को देखना है, जो कि 3 है। इसके बाद वाला अंक 6 है, जो कि 5 से बड़ा है।

› तो, 3 में 1 जोड़ देंगे। उत्तर होगा 4.74।

› b) 2.745

› यहाँ तीसरा सार्थक अंक 4 है। इसके बाद वाला अंक 5 है।

› चूंकि 4 एक सम अंक (even digit) है, तो इसे अपरिवर्तित रखेंगे। उत्तर होगा 2.74।

› c) 2.735

› यहाँ तीसरा सार्थक अंक 3 है। इसके बाद वाला अंक 5 है।

› चूंकि 3 एक विषम अंक (odd digit) है, तो इसमें 1 जोड़ देंगे। उत्तर होगा 2.74।

उत्तर – a) 4.74, b) 2.74, c) 2.74

उदाहरण 9. एक आयत की लंबाई L = 15.0 ± 0.2 cm और चौड़ाई B = 5.0 ± 0.1 cm है। आयत का क्षेत्रफल उसकी त्रुटि सहित ज्ञात करें।

› पहले लंबाई और चौड़ाई का 'mean value' गुणा करें: 'Area = L × B = 15.0 cm × 5.0 cm = 75.0 cm²'.

› अब लंबाई में 'relative error' निकालें: 'L/L = 0.2/15.0 = 0.0133'.

› चौड़ाई में 'relative error' निकालें: 'B/B = 0.1/5.0 = 0.0200'.

› क्षेत्रफल में 'relative error' निकालने के लिए इन 'relative errors' को जोड़ दें: 'A/A = L/L + B/B = 0.0133 + 0.0200 = 0.0333'.

› अब क्षेत्रफल में 'absolute error' निकालें: 'A = (A/A) × A = 0.0333 × 75.0 cm² = 2.4975 cm²'. इसे हम '2.5 cm²' पूर्णांकति कर सकते हैं क्योंकि 'absolute error' में आमतौर पर एक ही सार्थक अंक होता है, या 'base value' के 'decimal places' के बराबर।

› तो, आयत का क्षेत्रफल त्रुटि सहित 'Area = 75.0 ± 2.5 cm²' होगा। ध्यान दें कि '75.0' में 'decimal place' एक है, और '2.5' में भी एक है, ताकि 'consistency' बनी रहे।

उत्तर – आयत का क्षेत्रफल = 75.0 ± 2.5 cm²

उदाहरण 10. त्वरण (Acceleration) की विमा ज्ञात कीजिए।

› त्वरण का सूत्र है: वेग परिवर्तन / समय (Change in velocity / time)।

› पहले वेग (Velocity) की विमाएँ निकालते हैं। वेग = दूरी / समय। दूरी की विमा '[L]' और समय की विमा '[T]'।

› तो वेग की विमा हुई '[L] / [T]' या '[L T^{-1}]'।

› अब त्वरण की विमा निकालने के लिए, वेग की विमा को समय की विमा से भाग देंगे: '[L T^{-1}] / [T]'।

› इसे हल करने पर मिलता है '[L T^{-2}]'।

उत्तर – त्वरण की विमा: [L T^{-2}]

उदाहरण 11. वेग (Velocity) का विमीय सूत्र और विमीय समीकरण लिखिए।

› पहला कदम, 'वेग' की परिभाषा सोचो। हम जानते हैं, "Velocity is displacement divided by time." यानी वेग = विस्थापन / समय।

› दूसरा कदम, इन राशियों के 'विमाएँ' लिखो। विस्थापन एक 'लंबाई' है, तो उसकी विमा [L] होगी। समय एक 'समय' है, तो उसकी विमा [T] होगी।

› तीसरा कदम, इन विमाओं को सूत्र में रखो: वेग की विमा = [L] / [T] = [L T^{-1}] .

› अब, हम इसे M (द्रव्यमान) के साथ भी लिख सकते हैं, भले ही इसमें M न हो, तो यह 'M L^{1} T^{-1}' हो जाएगा। यह 'विमीय सूत्र' है।

› चौथा कदम, इसका 'विमीय समीकरण' लिखो। विमीय समीकरण का मतलब है 'Quantity' को 'Dimensional Formula' के बराबर लिखना। तो, [वेग] = [M L^{1} T^{-1}]।

उत्तर – वेग का विमीय सूत्र [$ML^{1}T^{-1}$] है और विमीय समीकरण [वेग] = [$ML^{1}T^{-1}$] है।

उदाहरण 12. जाँचिए कि क्या समीकरण $v^2 = u^2 + 2as$ विमीय रूप से सही है, जहाँ v अंतिम वेग, u प्रारंभिक वेग, a त्वरण और s विस्थापन है।

› सबसे पहले, समीकरण के बाईं ओर (LHS) की विमाएँ निकालेंगे: v^2 का विमीय सूत्र [LT^{-1}] होता है, तो v^2 की विमाएँ होंगी [LT^{-1}]² = [L^2T^{-2}] | (Left Hand Side: [v^2] = [LT^{-1}]² = [L^2T^{-2}])

› अब, समीकरण के दाईं ओर (RHS) के पहले पद की विमाएँ: u^2 का विमीय सूत्र भी [LT^{-1}] है, तो u^2 की विमाएँ होंगी [LT^{-1}]² = [L^2T^{-2}] | (Right Hand Side, Term 1: [u^2] = [LT^{-1}]² = [L^2T^{-2}])

› फिर, दाईं ओर के दूसरे पद की विमाएँ: '2as' में '2' एक विमाहीन संख्या है। 'a' (त्वरण) की विमाएँ [LT^{-2}] और 's' (विस्थापन) की विमाएँ [L] हैं। तो, [2as] की विमाएँ होंगी [LT^{-2}][L] = [L^2T^{-2}] | (Right Hand Side, Term 2: [2as] = [a][s] = [LT^{-2}][L] = [L^2T^{-2}])

› क्योंकि समीकरण के बाईं ओर और दाईं ओर के सभी पदों की विमाएँ समान हैं ([L^2T^{-2}]), इसलिए यह समीकरण विमीय रूप से सही है।

उत्तर – हाँ, समीकरण $v^2 = u^2 + 2as$ विमीय रूप से सही है।

उदाहरण 13. एक सरल लोलक का दोलन काल (T) उसकी लम्बाई (l), गोलक के द्रव्यमान (m) और गुरुत्वीय त्वरण (g) पर निर्भर करता है। विमाओं की विधि का उपयोग करके इसके दोलन-काल के लिए सूत्र व्युत्पन्न कीजिए।

› 1. सबसे पहले, हम निर्भरता को गुणनफल के रूप में लिखते हैं: T = k l^a m^b g^c, जहाँ 'k' विमाहीन स्थिरांक है और a, b, c घातांक हैं।

› 2. अब, दोनों ओर की राशियों के विमीय सूत्र लिखते हैं।

› T की वमिा = [M^0 L^0 T^1]

› l की वमिा = [M^0 L^1 T^0]

› m की वमिा = [M^1 L^0 T^0]

› g की वमिा = [M^0 L^1 T^-2] (गुरुत्वीय त्वरण की वमिा वही होती है जो सामान्य त्वरण की होती है)

› 3. इन्हें समीकरण में रखने पर:

› [M^0 L^0 T^1] = [L^1]^a [M^1]^b [L^1 T^-2]^c

› [M^0 L^0 T^1] = [M^b L^(a+c) T^(-2c)]

› 4. दोनों ओर की समान विमाओं की घातों की तुलना करते हैं:

› M की घात के लिए: b = 0

› L की घात के लिए: a + c = 0

› T की घात के लिए: -2c = 1

› 5. इन समीकरणों को हल करते हैं:

› -2c = 1 => c = -1/2

› a + c = 0 => a + (-1/2) = 0 => a = 1/2

› b = 0

› 6. a, b, c के मानों को मूल संबंध में वापस रखते हैं:

› T = k l^(1/2) m^0 g^(-1/2)

› T = k (l / g)

उत्तर – सरल लोलक के दोलन काल का सूत्र है: T = k(l/g)

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• यह अवधारणा भौतिकी की बुनियाद है। SI मात्रकों को हमेशा याद रखना और उन्हें एक से दूसरे में बदलना सीखना बहुत ज़रूरी है, क्योंकि यह सीधे तौर पर परीक्षा में पूछा जा सकता है।

• SI मूल मात्रकों और उनके प्रतीकों को अच्छे से याद कर लेना, क्योंकि Board Exams में अक्सर इन पर सीधा सवाल आता है कि किसी राशि का SI मात्रक क्या है।

• बोर्ड परीक्षा में अक्सर सीधे प्रश्न पूछे जाते हैं कि किसी दी गई संख्या में कितने सार्थक अंक हैं। नियमों को ध्यान से समझना और उदाहरणों का अभ्यास करना बहुत ज़रूरी है।

• यह विषय बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। अक्सर एक या दो अंकों के प्रश्न सीधे सार्थक अंकों की संख्या ज्ञात करने पर आते हैं, इसलिए इन नियमों को ठीक से याद करना।

• यह विषय बोर्ड परीक्षा में सीधे प्रश्न के रूप में आ सकता है, जैसे किसी संख्या को वैज्ञानिक संकेतन में बदलने या परिमाण की कोटि बताने के लिए।

• बोर्ड परीक्षाओं में सार्थक अंकों के साथ गणनाएँ करने वाले प्रश्न अक्सर आते हैं। हमेशा ध्यान रखना कि गुणा और भाग में सबसे कम सार्थक अंकों वाली संख्या ही तुम्हारे जवाब के सार्थक अंकों को निर्धारित करेगी।

• यह नियम बोर्ड परीक्षा में अक्सर गणना-आधारित प्रश्नों में पूछा जाता है, खासकर जब आपको अंतिम उत्तर को सही सार्थक अंकों तक पूर्णांकित करने के लिए कहा जाता है।

• यह नियम बोर्ड परीक्षा में आंकिक प्रश्नों (numerical problems) के अंतिम उत्तरों को सही सार्थक अंकों तक लिखने में बहुत महत्वपूर्ण है।

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है! इस पर आधारित 'numerical problems' अक्सर आते हैं। त्रुटि संयोजन के नियमों को अच्छी तरह समझ लेना और 'relative error' तथा 'absolute error' में अंतर स्पष्ट रखना।

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है! 'विमीय सूत्र' और 'विमीय समीकरण' से जुड़े सीधे प्रश्न अक्सर पूछे जाते हैं, खासकर बल, कार्य, ऊर्जा जैसी राशियों के लिए। पक्का करके जाना इसे!

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है! इस पर आधारित प्रश्न सीधे सूत्र व्युत्पन्न करने के लिए आते हैं। सभी विमाओं को सही से याद रखें और घातों की तुलना करते समय सावधानी बरतें।

एक नज़र में रिवीज़न

› मापन योग्य कोई भी राशि 'भौतिक राशि' है; उसे मापने का मानक 'मात्रक' है।

› SI प्रणाली: 7 मूल मात्रक + 2 पूरक मात्रक, वैश्विक मानक।

› सार्थक अंक = विश्वसनीय + पहला अनिश्चित अंक, मापन परिशुद्धता दर्शाते हैं।

› अशून्य अंक सार्थक; बीच के शून्य सार्थक; दशमलव के साथ अंतिम शून्य सार्थक; दशमलव के बिना अंतिम शून्य सार्थक नहीं; 1 से छोटी संख्या में 'leading zeros' सार्थक नहीं।

› संख्या को n × 10^x में लिखना (1 ≤ n < 10) और सार्थक अंकों की अस्पष्टता दूर करना।

› गुणा/भाग में, परिणाम में सबसे कम सार्थक अंक वाली संख्या जितने सार्थक अंक।

› जोड़/घटाव: परिणाम में न्यूनतम दशमलव स्थान वाली संख्या के बराबर दशमलव स्थान।

› उपेक्षणीय अंक (dropped digit) के आधार पर पूर्णांकन के नियम।

› गणनाओं में त्रुटि संयोजन: जोड़/घटाव में निरपेक्ष, गुणा/भाग में सापेक्ष त्रुटियाँ जुड़ती हैं।

› विमीय सूत्र मूल राशियों की घातें; विमीय समीकरण राशि = सूत्र।

› विमाओं से राशियों के मध्य संबंध व्युत्पन्न करना: घातों की तुलना कर सूत्र निकालना।